

grenze zwischen zwei Leitern A und B bei gegebener Temperatur  $T$  der letzte Term in Gl. (26), multipliziert mit dem Längenelement in der Stromrichtung, die Gestalt

$$\frac{1}{\tilde{\gamma}} [(Q_-^* + T S_-)_A - (Q_-^* + T S_-)_B] \vec{I} \equiv (\pi_A - \pi_B) \vec{I}$$

annimmt, womit Gl. (16) bewiesen ist.

Mit den Aussagen (12), (15), (16), (17), (20), (21) und (22) dürften die Ergebnisse der thermodynamisch-phänomenologischen Theorie der thermoelektrischen Erscheinungen in Elektronenleitern erschöpfend gekennzeichnet sein.

## Der rückgekoppelte HALL-Generator

Von H. WEISS

Aus dem Forschungslaboratorium der Siemens-Schuckertwerke AG., Erlangen  
(Z. Naturforschg. 11 a, 684—688 [1956]; eingegangen am 25. Juli 1956)

In den vergangenen Jahren wurden in den Halbleitern InSb und InAs sehr hohe Elektronenbeweglichkeiten gefunden. Dadurch ist es möglich geworden, HALL-Generatoren mit so großer HALL-Leistung und so hohem Wirkungsgrad herzustellen, daß man die HALL-Spannung für eine Rückkopplung verwenden kann. Die Zeitkonstante wächst mit zunehmender Kopplung und wird beim Einsatz der Selbsterregung unendlich. Bei noch stärkerer Kopplung sinkt sie wieder mit umgekehrtem Vorzeichen ab.

Im allgemeinen mißt man den HALL-Effekt an Halbleitern, um aus dem HALL-Koeffizienten die Zahl der frei beweglichen Elektronen und Defektelektronen zu ermitteln. Meistens ist die HALL-Spannung nur schwer erfassbar, da sie höchstens einige Millivolt beträgt und nur mit hochohmigen Galvanometern gemessen werden kann. Zu einer technischen Verwendung des HALL-Effektes in Form des HALL-Generators<sup>1</sup> ist es erst jetzt gekommen, da man in InSb und InAs Halbleiter mit sehr hohen Elektronenbeweglichkeiten gefunden hat<sup>2</sup>. Der Wirkungsgrad eines HALL-Generators, d. h. das Verhältnis von der HALL-Sonden entnehmbaren zu der durch den Steuerstrom im HALL-Generator verbrauchten Leistung, ist nämlich bei kleinen Magnetfeldern dem Quadrat von Elektronenbeweglichkeit  $\times$  magnetischer Induktion proportional<sup>3</sup>. So erreicht man mit einem HALL-Generator aus InAs, dessen Elektronenbeweglichkeit bei Zimmertemperatur  $23\,000 \text{ cm}^2/\text{Vsec}$  beträgt, in einem Feld von 10 000 Gauß einen Wirkungsgrad von 8%. Die praktisch erreichbare HALL-Leistung beträgt 200 mW. InAs bietet zudem den Vorteil einer geringen Temperaturabhängigkeit, da bei Zimmertemperatur alle Störstellen ionisiert sind und sich die Elektronenkonzentration daher praktisch nicht mehr ändert.

Während das Verhältnis von HALL-Leistung zu Steuerstromleistung nach der Vierpoltheorie auch bei sehr großen Beweglichkeiten und magnetischen Induktionen nicht größer als 0,172 sein kann<sup>4</sup>, gibt es keine prinzipielle Grenze für das Verhältnis von HALL-Leistung zu der Leistung, die man benötigt, um das magnetische Steuerfeld im Luftspalt eines Elektromagneten zu erzeugen. Dieses Verhältnis läßt sich wie bei einer Röhre so auch beim HALL-Generator durch Rückkopplung verbessern.

Abb. 1 zeigt die Schaltung des rückgekoppelten HALL-Generators. Das Halbleiterplättchen wird von dem Steuerstrom  $i_s$  durchflossen und befindet sich im Luftspalt eines Elektromagneten. Die Erregung des magnetischen Steuerfeldes erfolgt durch den Magnetstrom  $i_m$  in der Wicklung II. Zusammen mit dieser Wicklung II befindet sich noch eine weitere Wicklung I, die Rückkopplungswicklung, auf dem Kern des Elektromagneten. Sie ist an die HALL-

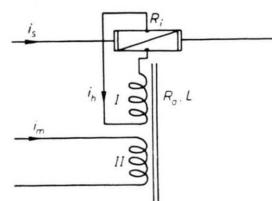


Abb. 1. Schaltung des rückgekoppelten HALL-Generators.

<sup>1</sup> F. KUHRT, Siemens-Z. **28**, 370 [1954]; W. HARTEL, Siemens-Z. **28**, 376 [1954]; F. KUHRT u. K. MAAZ, Elektrotech. Z. A **77**, 487 [1956].

<sup>2</sup> O. MADELUNG u. H. WEISS, Z. Naturforschg. **9 a**, 527 [1954]; O. G. FOLBERTH, O. MADELUNG u. H. WEISS, Z. Naturforschg. **9 a**, 954 [1954].

<sup>3</sup> H. WELKER, Elektrotech. Z. A **76**, 513 [1955].

<sup>4</sup> W. P. MASON, W. H. HEWITT u. R. F. WICK, J. Appl. Phys. **24**, 166 [1953].



Sonden angeschlossen und wird vom HALL-Strom  $i_h$  durchflossen.

Die praktische Realisierung von rückgekoppelten HALL-Anordnungen war bisher wegen der erreichbaren geringen HALL-Leistungen nicht möglich. Durch die große Beweglichkeit in den III – V-Verbindungen ist man jetzt imstande, bis in die Selbsterregung rückzukoppeln.

## I. Berechnung der Hall-Spannung bei Rückkopplung

Die Leerlauf-HALL-Spannung  $u_h$  setzt sich aus den OHMSchen Spannungsabfällen an der Rückkopplungswicklung I und am Innenwiderstand  $R_i$  des HALL-Generators und der durch Änderungen des Magnetfeldes in der Rückkopplungswicklung entstehenden Induktionsspannung zusammen. Man erhält damit folgende Gleichung für  $u_h$ :

$$u_h = i_h (R_i + R_a) + L \frac{di_h}{dt}. \quad (1)$$

Die HALL-Spannung  $u_h$  ist über das Magnetfeld mit dem HALL-Strom  $i_h$  durch folgende Beziehung gekoppelt:

$$u_h = \frac{R i_s B}{d}; \quad B = \frac{\mu_0}{\delta} (i_m n_{II} + i_h n_I). \quad (2)$$

$R$  = HALL-Koeffizient [ $\text{cm}^3/\text{A sec}$ ]

$R_i$  = Innenwiderstand des HALL-Generators [ $\Omega$ ]

$R_a$  = Widerstand der Rückkopplungsspule [ $\Omega$ ]

$L$  = Selbstinduktion der Rückkopplungsspule [H]

$B$  = magnetische Induktion im Luftspalt [ $\text{V sec/cm}^2$ ]

$d$  = Dicke des HALL-Generators in Richtung des magn. Feldes [cm]

$\delta$  = effektive Breite des Luftspaltes [cm]

$\mu_0$  = Induktionskonstante [ $\text{V sec/A cm}$ ]

$n_I$  = Windungszahl der Wicklung I

$n_{II}$  = Windungszahl der Wicklung II

Aus (1) und (2) erhält man eine lineare Differentialgleichung für die Leerlaufspannung:

$$u_h \left(1 - \frac{1}{\alpha i_s}\right) = \frac{du_h}{dt} \frac{L}{(R_i + R_a)} \frac{1}{\alpha i_s} - \frac{i_m n_{II}}{n_I} (R_i + R_a). \quad (3)$$

Zur Vereinfachung wurde die neue Größe  $\alpha$ , der Rückkopplungskoeffizient des HALL-Generators, mit der Dimension  $\text{A}^{-1}$  eingeführt:

$$\alpha = \frac{\mu_0 n_I}{d \delta} \frac{R}{(R_i + R_a)} [\text{A}^{-1}];$$

$\alpha$  ist durch die elektrischen und geometrischen Daten der Anordnung gegeben. Die Lösung der Gl. (3) lautet damit:

$$u_h = u_{h0} \frac{1 - \alpha i_s \exp \left\{ -t / \frac{L}{(R_i + R_a)} \cdot \frac{1}{(1 - \alpha i_s)} \right\}}{1 - \alpha i_s}. \quad (4)$$

Gl. (4) beschreibt den zeitlichen Verlauf der HALL-Spannung. Zur Zeit  $t=0$  beträgt sie  $u_{h0}$ , ist also gleich dem Wert, den man ohne Rückkopplung erhält. Diese beginnt sich erst allmählich auszuwirken; das durch die Rückkopplungswicklung I zusätzlich erregte Magnetfeld im Luftspalt entsteht infolge der Induktionsspannung in I nur langsam. Das Verhalten von  $u_h$  für  $t > 0$  wird wesentlich durch das Produkt  $\alpha i_s$  bestimmt. Man muß hier wie bei allen Rückkopplungsschaltungen zwischen Rückkopplung vor Einsatz der Selbsterregung und bei Selbsterregung unterscheiden. Gl. (4) zeigt, daß beim HALL-Generator die Rückkopplung nicht allein durch den Aufbau der Schaltung bestimmt wird, sondern daß der Steuerstrom  $i_s$  ganz wesentlich die Rückkopplung beeinflußt. Ist  $i_s > 1/\alpha$ , so erregt sich der Elektromagnet selbst bis in die Sättigung. Man hat also die beiden Fälle:  $i_s > 1/\alpha$  und  $i_s < 1/\alpha$ .

Führt man dagegen bei einer Triode eine dem Anodenstrom proportionale Spannung auf das Gitter zurück, so hängt die Rückkopplung von dem Produkt: Rückkopplungsfaktor  $\times$  Steilheit ab. Sie ist also durch die Wahl der Schaltelemente allein eindeutig bestimmt.

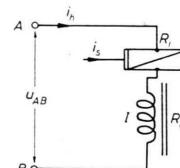


Abb. 2. Reihenschaltung von HALL-Generator und Rückkopplungswicklung als veränderlicher Widerstand.

Man kann den Rückkopplungsfaktor  $\alpha$  noch auf andere Weise gewinnen. Dazu betrachtet man den Zweipol, der durch Hintereinanderschalten von HALL-Generator und Rückkopplungswicklung I entsteht (Abb. 2), und stellt die Beziehung zwischen Strom und Spannung für Gleichstrom zwischen den Punkten A und B mit dem Steuerstrom  $i_s$  als Parameter auf. Die Spannung  $u_{AB}$  setzt sich aus dem OHMSchen Spannungsabfall an  $R_i$  und  $R_a$  und der HALL-Spannung  $u_h$  zusammen:

$$u_{AB} = i_h (R_i + R_a) - \frac{R}{d} i_s B. \quad (5)$$

Nun ist die magnetische Induktion allein durch den HALL-Strom  $i_h$  nach Gl. (2) gegeben:

$$B = \frac{\mu_0 n I i_h}{\delta}.$$

Damit erhält man für den Widerstand zwischen A und B:

$$\frac{u_{AB}}{i_h} = (R_i + R_a) (1 - \alpha i_s). \quad (6)$$

Solange keine Sättigung im magnetischen Kreise auftritt, ist der Widerstand zwischen den Punkten A und B unabhängig von Größe und Vorzeichen des HALL-Stromes  $i_h$ . Man kann ihn durch Wahl des Steuerstromes  $i_s$  verändern. Wählt man diesen groß genug, so verschwindet schließlich der Widerstand, für  $i_s > 1/\alpha$  nimmt er sogar negative Werte an. Damit ist das Ersatzschaltbild eines stromgesteuerten negativen Widerstandes realisiert. Ein Lichtbogen ist ebenfalls ein stromgesteuertes Organ, jedoch mit dem Unterschied, daß er nur einen differentiellen negativen Widerstand, der rückgekoppelte HALL-generator dagegen einen konstanten Widerstand über einen größeren Bereich in der Umgebung des Nullpunktes des HALL-Stromes darstellt.

Abb. 3 gibt Messungen an einem rückgekoppelten HALL-Generator aus InAs wieder.  $\alpha$  beträgt  $1/0,26 \text{ A}^{-1}$ . Die Spannung  $u_{AB}$  ist in Abhängigkeit vom HALL-Strom  $i_h$  für verschiedene Steuerströme  $i_s$  aufgetragen. Die Kurven sollten sich nach obigen Überlegungen alle im Nullpunkt des Koordinatensystems kreuzen. Daß dies nicht der Fall ist, kommt daher, daß die HALL-Sonden nicht genau einander gegenüber an dem Halbleiterplättchen angelötet wurden. Für  $i_h = 0$  erhält man daher eine dem Steuerstrom  $i_s$  proportionale Nullspannung.

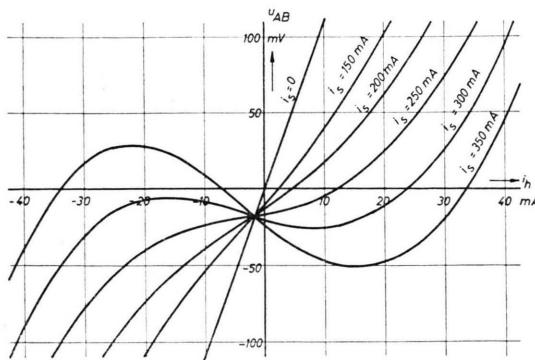


Abb. 3. Spannung  $u_{AB}$  in Abhängigkeit vom HALL-Strom  $i_h$  bei verschiedenen Steuerströmen  $i_s$ .

Ohne Steuerstrom bekommt man eine Gerade, mit  $i_s > 0$  einen Wendepunkt beim Nullpunkt. Ist  $i_s > 1/\alpha = 0,26 \text{ A}$ , so wird der Widerstand zwischen A und B negativ. Ist der Betrag des HALL-stromes größer als 20 mA, so befindet man sich im Bereiche der Sättigung. Der effektive Luftspalt  $\delta$  in Gl. (6) nimmt dann mit wachsendem  $i_h$  zu und die Kurven werden asymptotisch parallel zu der Geraden für  $i_s = 0$ .

## II. Experimentelle Ergebnisse

Der bei den folgenden Versuchen verwendete Elektromagnet besaß einen Luftspalt von 0,2 mm. Der HALL-Generator aus InAs hatte einen HALL-Koeffizienten von  $115 \text{ cm}^3/\text{A sec}$ . Er war 0,1 mm dick und auf den Kern des Elektromagneten aufgeklebt. Sein Innenwiderstand betrug  $1,2 \Omega$ ,  $\alpha$  war  $1/0,48 \text{ A}^{-1}$ . Die Leerlauf-HALL-Spannung wurde an einem weiteren HALL-Sondenpaar gemessen, das an die Probe angelötet war.

a)  $i_s < 1/\alpha$ .

Zunächst wurde der stationäre Endwert

$$u_{h\infty} = u_h(t \rightarrow \infty)$$

der HALL-Spannung  $u_h$  untersucht. In Abb. 4 ist  $u_{h\infty}$  in Abhängigkeit vom Magnetstrom  $i_m$  mit dem Steuerstrom  $i_s$  als Parameter dargestellt. Für kleine Werte von  $i_m$  sind die Kurven Geraden, bei höheren Werten nimmt die Steigung ab, schließlich verlaufen sie nahezu waagrecht. Dann ist der magnetische Kreis gesättigt und die Induktion im Luftspalt

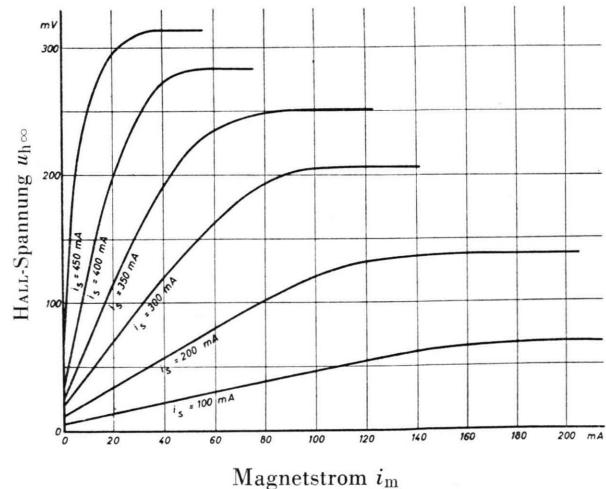


Abb. 4. HALL-Spannung  $u_{h\infty}$  in Abhängigkeit vom Magnetstrom  $i_m$  bei verschiedenen Steuerströmen  $i_s$ .

kann nicht mehr zunehmen. Die HALL-Spannung in der Sättigung ist dann nur noch proportional zu  $i_s$ . Man sieht, daß die Steigung  $du_{h\infty}/di_m$  mit zunehmendem Steuerstrom stark anwächst. In Abb. 5 a ist

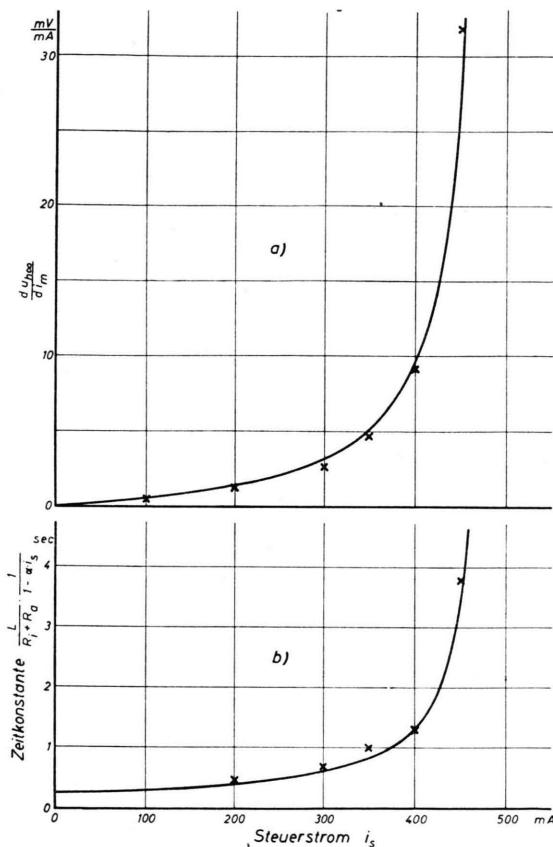


Abb. 5. a)  $du_{h\infty}/di_m$  in Abhängigkeit vom Steuerstrom  $i_s$ .  
b) Zeitkonstante  $(L/(R_i + R_a)) \cdot (1/(1 - \alpha i_s))$  in Abhängigkeit vom Steuerstrom  $i_s$ .

der Quotient  $du_{h\infty}/di_m$ , abgelesen aus den Kurven der Abb. 4, in Abhängigkeit vom Steuerstrom  $i_s$  aufgetragen. In das Diagramm wurde zum Vergleich eine Kurve eingezeichnet, die mit Gl. (4) berechnet wurde. Nimmt man noch Gl. (2) zu Hilfe, aus der folgt, daß  $u_{ho}$ , die HALL-Spannung ohne Rückkopplung, dem Produkt  $i_s i_m$  proportional ist, so erhält man:

$$\frac{du_{h\infty}}{di_m} = \text{const} \cdot \frac{i_s}{1 - \alpha i_s}. \quad (7)$$

Der konstante Faktor in Gl. (7) ist durch den Aufbau des Magneten gegeben.

Außer dem Endwert wurde auch der zeitliche Verlauf der HALL-Spannung untersucht. Dazu wurde das zusätzliche HALL-Sondenpaar mit dem Eingang eines Schleifenoszilloskopraphen verbunden. Abb. 6

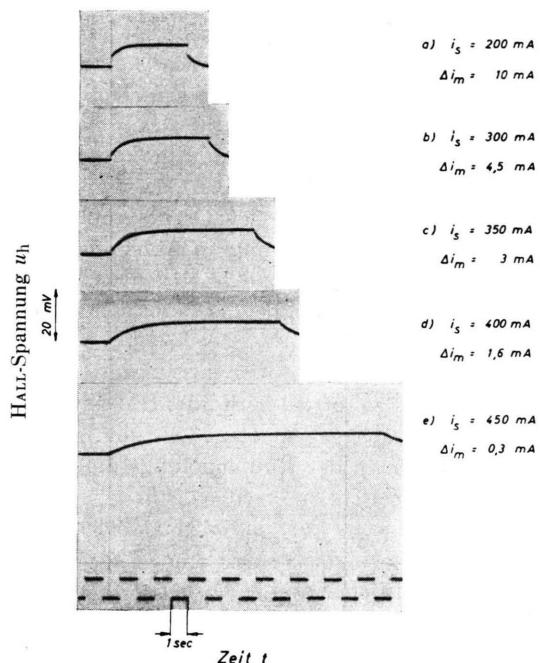


Abb. 6. HALL-Spannung in Abhängigkeit von der Zeit für verschiedene Steuerströme  $i_s$  und Änderungen des Magnetstromes  $\Delta i_m$  ( $i_s < 1/\alpha$ ).

gibt einige Oszilloskopbilder wieder. Sie zeigen die HALL-Spannung in Abhängigkeit von der Zeit für verschiedene Steuerströme  $i_s$ , wenn plötzlich der Magnetstrom  $i_m$  um den Betrag  $\Delta i_m$  geändert wird. Sofern Länge eines Striches als auch der Abstand zweier Striche auf der Abszisse entsprechen einer Sekunde. In Bild a beträgt der Steuerstrom 200 mA,  $\Delta i_m = 10$  mA. Die HALL-Spannung macht nach dem Einschalten von  $\Delta i_m$  zuerst einen Sprung, der gleich der Spannungsänderung ohne Rückkopplung ist. Die Rückkopplung beginnt sich allmählich auszuwirken und es dauert fast zwei Sekunden, bis der Endwert, doppelt so hoch wie der erste Ausschlag, erreicht ist. Nach etwa 6 Sekunden wird  $\Delta i_m$  wieder abgeschaltet. Der Abfall der HALL-Spannung erfolgt dann symmetrisch zum vorherigen Anstieg mit derselben Zeitkonstante. In den folgenden Bildern b bis e ist der Steuerstrom jedesmal größer.  $\Delta i_m$  dagegen wurde kleiner und gerade so groß gewählt, daß in allen Abbildungen der Endwert der HALL-Spannung etwa der gleiche ist. Man erkennt, daß  $\Delta u_{h\infty}/u_{ho}$ , das Verhältnis von End- zu Anfangs-

wert, mit steigendem Steuerstrom zunimmt. Nach Gl. (4) ist ja:

$$\frac{\Delta u_{h\infty}}{\Delta u_{h0}} = \frac{1}{1-\alpha i_s}.$$

Abb. 6 zeigt außerdem, daß die Zeit bis zur Erreichung des Endwertes mit wachsendem Steuerstrom zunimmt. In Übereinstimmung mit Gl. (4) ist  $L/(R_i + R_a)$ , die Zeitkonstante des HALL-Kreises ohne Rückkopplung, durch die Rückkopplung um den Faktor  $1/(1 - \alpha i_s)$  vergrößert.

In Abb. 5 b ist die aus den Oszillogrammen der Abb. 6 ermittelte Zeitkonstante in Abhängigkeit von  $i_s$  aufgetragen. Die Meßpunkte liegen in befriedigender Übereinstimmung bei der berechneten Kurve.

b)  $i_s > 1/\alpha$ .

Ist  $i_s = 1/\alpha$ , so erregt sich die HALL-Spannung von selbst. Die abgegebene HALL-Leistung ist gerade groß genug, um in der Rückkopplungsspule das sie steuernde Magnetfeld zu erzeugen. Für  $i_s > 1/\alpha$  liegt Leistungsverstärkung vor, da die HALL-Leistung größer als die magnetische Steuerleistung ist. Die HALL-Spannung wird immer weiter ansteigen, bis die Sättigung des magnetischen Kreises erreicht ist. Der Rückkopplungskoeffizient hängt nun über  $\delta$  von der magnetischen Induktion ab. Die effektive Breite  $\delta$  des Luftspaltes ist bei hohen Induktionen nicht mehr konstant, sondern nimmt mit dem magnetischen Widerstand des Kernes zu.  $\alpha(\delta)$  nimmt also mit wachsender magnetischer Induktion ab. Es stellt sich bei Selbsterregung ein solcher Endwert der Induktion und damit der HALL-Spannung ein, bei dem  $\alpha(\delta) i_s \approx 1$ .

Dazu zeigt Abb. 7 in einigen Oszillogrammen die HALL-Spannung in Abhängigkeit von der Zeit bei verschiedenen Steuerströmen. Zur Zeit  $t=0$  wird nur der Steuerstrom eingeschaltet,  $i_m$  ist immer 0. Ein Ausschlag in Abb. 7 a bei  $i_s = 450$  mA kommt dadurch zustande, daß die Nullspannung der HALL-Sonden das Steuerfeld erregt, das dann durch die Rückkopplung verstärkt wird. Die Zeitkonstante beträgt wie in Abb. 6 e mehrere Sekunden. In Abb. 7 b mit  $i_s = 500$  mA hat die Selbsterregung gerade begonnen. Die HALL-Spannung benötigt fast eine Minute, um den Endwert zu erreichen. Er ist wesentlich größer als in Abb. 7 a, wie aus dem verkleinerten Ordinatenmaßstab zu erkennen ist. Die Kurve ist zuerst konkav nach oben und dann konvex, besitzt also einen Wendepunkt im Gegensatz zu den vorigen Kurven. Bei  $i_s = 550$  mA und

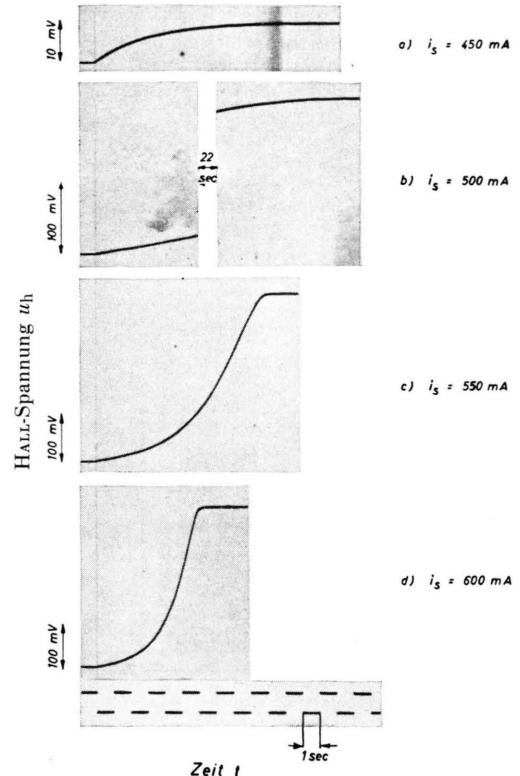


Abb. 7. HALL-Spannung in Abhängigkeit von der Zeit beim Einschalten verschiedener Steuerströme  $i_s$  ( $i_m = 0$ ).

$i_s = 600$  mA liegt der Wendepunkt erst kurz vor dem Endwert. Im Wendepunkt ist gerade  $\alpha(\delta) i_s = 1$ .

Zusammenfassend ergibt sich aus den Experimenten für die Zeitkonstante: Für  $i_s < 1/\alpha$  wächst sie mit steigendem  $i_s$ . Ist  $i_s = 1/\alpha$ , so ist sie unendlich. Bei  $i_s > 1/\alpha$  wird sie negativ, wobei ihr Betrag mit zunehmendem  $i_s$  wieder abnimmt. Dieses Verhalten wird quantitativ durch die zeitabhängige Exponentialfunktion in Gl. (4) beschrieben. Danach ist die Zeitkonstante:  $(L/(R_i + R_a)) \cdot (1/(1 - \alpha i_s))$ . Sie wächst für  $i_s < 1/\alpha$  proportional zu  $1/(1 - \alpha i_s)$ , wird schließlich unendlich und wechselt ihr Vorzeichen. Für  $i_s > 1/\alpha$  nimmt die HALL-Spannung exponentiell mit der Zeit zu.

Aus den beschriebenen Versuchen geht hervor, daß man mit dem HALL-Generator einen Leistungsverstärker bauen kann. Der Eingang liegt an der Steuerwicklung des Elektromagneten, der Ausgang an den HALL-Sonden. Außerdem kann man mit dem rückgekoppelten HALL-Generator die Rückkopplung mit ihrem zeitlichen Verhalten sehr durchsichtig demonstrieren, wobei der Versuch sowohl experimentell als auch mathematisch anspruchslos ist.